

NAVIGASI DAN KENDALI PADA PESAWAT UDARA NIR AWAK (PUNA) UNTUK MENGHINDARI HALANGAN

Ahmad Zaenal Arifin¹, dan Subchan²

¹Universitas PGRI Ronggolawe Tuban

¹kuyafira@gmail.com

²Institut Teknologi Sepuluh Nopember

²subchan@matematika.its.ac.id

Abstrak

Pesawat udara nir awak(PUNA) adalah pesawat udara multifungsi yang dikendalikan tanpa menggunakan awak manusia. PUNA dapat bergerak sampai ke tempat tujuan jika diterapkan sebuah navigasi dan kendali. Masalah yang muncul pada penerbangan PUNA diantaranya masalah jalur tempuh dan halangan pada lintasan. Navigasi penerbangan adalah proses mengarahkan posisi pesawat dari satu titik ke titik yang lain dengan selamat dan lancar untuk menghindari rintangan penerbangan. Navigasi yang digunakan adalah dengan merancang Algoritma perencanaan lintasan menggunakan geometri Dubins. Agar PUNA tetap pada lintasan yang dibangun maka diperlukan suatu kendali optimal. Kendali yang digunakan adalah Prinsip Minimum Pontryagin(PMP) yang berguna untuk meminimumkan atau memaksimumkan fungsi tujuan. Kasus yang diteliti dalam paper ini, yaitu PUNA bergerak mengikuti lintasan yang dibangun dengan metode geometri dubins. Hasil yang diperoleh dalam paper ini adalah mendapatkan suatu lintasan optimal untuk menghindari halangan berupa lingkaran.

Katakunci: *PUNA, Perencanaan Lintasan, Geometri Dubins, Halangan, PMP*

1. Pendahuluan

Pesawat udara nir awak (PUNA) atau yang di kenal dengan *Unmanned Aerial vehicles* (UAV) adalah pesawat udara yang dikendalikan tanpa menggunakan awak manusia. Pesawat juga dapat diperlengkapi dengan kamera, sensor, radar, dan peralatan-peralatan lainnya dengan bobot yang bergantung pada bobot pesawat.

Pesawat udara nir awak (PUNA) membutuhkan sistem navigasi, panduan, dan kendali yang mampu mengarahkan pesawat bergerak sampai ke tujuan. Navigasi penerbangan adalah proses mengarahkan posisi pesawat dari satu titik ke titik yang lain dengan selamat dan lancar untuk menghindari rintangan penerbangan. Proses Navigasi penerbangan merupakan koordinasi dari perencanaan (*planning*), penginderaan (*sensing*), dan pengendalian (*control*). Permasalahan navigasi yang paling sederhana adalah menemukan jalan (*path*) dari posisi awal ke target dan melewatinya tanpa terjadi tabrakan dan menghindari halangan (*obstacle*) yang ada. Berdasarkan posisi atau lokasi tersebut, panduan menghasilkan trayektori yang harus di ikuti. Sedangkan kendali terdiri dari aktuator sehingga PUNA dapat mengikuti lintasan yang diinginkan[3].

Perencanaan lintasan sangat penting dalam navigasi, panduan, dan kontrol penerbangan. Dalam perencanaan lintasan pesawat udara nir awak dapat digunakan berbagai metode. Algoritma dari perencanaan lintasan akan menghasilkan lintasan yang aman dan merupakan lintasan dengan panjang minimal serta mengabaikan segala kendala yang menghalangi. Sehingga dapat dihasilkan waktu yang optimal pula dalam proses penerbangannya.

Model perencanaan lintasan pesawat udara nir awak telah banyak diteliti dengan berbagai metode salah satunya dengan metode geometri Dubins. Perencanaan lintasan untuk lebih dari satu PUNA juga telah dilakukan yaitu perencanaan lintasan yang dibuat untuk mendeteksi, model, dan melacak batas awan yang terkontaminasi [9]. Penelitian yang berbeda membuktikan bahwa metode Dubins menunjukkan lintasan yang optimal dengan menggunakan prinsip kontrol optimal pontryagin [8]. Kelebihan metode geometri Dubins karena dapat membangkitkan kelengkungan garis dengan interpolasi kekontinuannya.

Kendali optimal adalah salah satu metode dalam menentukan pengendali yang memenuhi suatu sistem dinamik (model) dan beberapa kendala dengan meminimumkan atau memaksimumkan suatu fungsi tujuan [6]. Salah satu teori kendali optimal yang digunakan untuk meminumkan fungsi tujuan dikenal dengan Prinsip Minimum Pontryargin(PMP). PMP digunakan untuk menentukan waktu minimum yang akan ditempuh PUNA untuk melewati lintasan yang dibangun dengan menggunakan geometri dubins.

Oleh karena itu, pengendalian dan perencanaan lintasan sangat penting dalam navigasi dan panduan penerbangan. Dalam pengendalian dan perencanaan

lintasan pesawat udara nir awak dapat digunakan berbagai metode. Algoritma dari perencanaan lintasan akan menghasilkan lintasan yang aman dan merupakan lintasan dengan panjang minimal serta dapat menghindari segala kendala yang menghalangi. Sehingga dapat dihasilkan waktu yang optimal pula dalam proses penerbangannya. Dalam paper ini, menerapkan prinsip kendali optimal pontryagin dan juga geometri dubins pada PUNA dengan lintasan yang memiliki kendala untuk mendapatkan lintasan yang optimal.

2. Model Kinematika Pesawat Udara Nir Awak

Model kinematika dari PUNA tanpa pengaruh angin dirumuskan sebagai berikut[5]

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\chi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_a \sin \chi \\ v_a \cos \chi \\ \dot{\chi} \end{bmatrix} \quad (1)$$

variabel-variabel dalam persamaan (1) yaitu

$x(t)$ adalah posisi PUNA saat t pada bidang xy

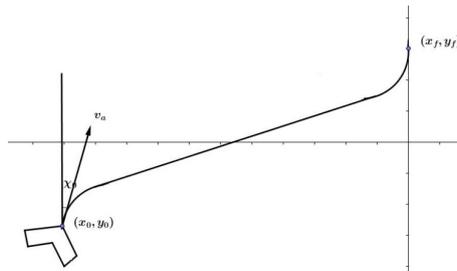
$y(t)$ adalah posisi PUNA saat t pada bidang xy

$\chi(t)$ adalah sudut PUNA saat t terhadap sumbu y

Variabel pengendali untuk sistem ini yaitu $\dot{\chi}(t)$ adalah kecepatan sudut PUNA saat t . Berikut ini adalah beberapa parameter untuk model pada persamaan (1) yaitu

r = jari-jari minimum dari arah putar PUNA

v_a = kecepatan udara



Gambar 1: Model kinematika PUNA tanpa pengaruh angin

kondisi batas pada permasalahan ini adalah

$$\begin{aligned} x(0) &= x_0 & , \chi(t_f) &= \chi_f=0 \\ y(0) &= y_0 & , x(t_f) &= x_f=0 \\ \chi(0) &= \chi_0 & y(t_f) &= y_f = \text{free} \end{aligned}$$

t_{go} adalah waktu optimal yang ditempuh oleh PUNA dari posisi awal ke posisi akhir. t_{go} diperoleh dengan:

$$t_{go} = \frac{\text{panjang lintasan yang ditempuh}}{v_a} \quad (2)$$

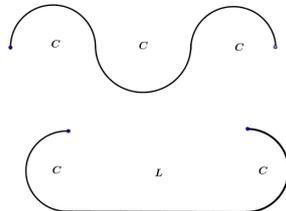
sedangkan fungsi tujuan yang ingin dicapai adalah

$$J = \int_0^{t_{go}} 1 dt = t_{go} \quad (3)$$

bernilai minimum.

3. Metode Dubins

Dubins adalah salah satu metode dalam merancang model lintasan yang merupakan jalur terpendek yang menghubungkan dua konfigurasi dalam pesawat di bawah kendala yang terikat pada kelengkungan lintasan. Garis merupakan jarak terpendek antara dua titik dan sebuah busur lingkaran yang merupakan pergantian kelengkungan terpendek. Perencanaan lintasan Dubins dibentuk dengan rangkaian dua busur lingkaran dengan garis singgung atau dengan tiga garis tangensial busur lingkaran [5].



Gambar 2: Contoh Lintasan CCC dan CLC

3.1. Lintasan Geometri Dubins

Dalam geometri analitik, lintasan Dubins dihasilkan oleh gambar antara garis singgung dua buah busur lingkaran. Secara umum garis singgung menghubungkan antara busur eksternal dan busur internal (diagonal). Kemungkinan lintasan

geometri Dubins yang terbentuk ada empat macam lintasan yaitu LSL, LSR, RSR, dan RSL dengan keterangan L adalah *left* (kiri) dan R adalah *Right* (kanan) [8]. Adapun proses menghitung panjang lintasan geometri Dubins sebagai berikut:

1. Menentukan parameter input yang diharapkan yaitu posisi awal dan akhir PUNA
2. Menentukan koordinat titik pusat lingkaran awal $O_s(x_{cs}, y_{cs})$ dan lingkaran akhir $O_f(x_{cf}, y_{cf})$ dengan :
3. Jarak antara pusat lingkaran O_s dan O_f dihubungkan dengan garis yang disebut dengan garis pusat c yang dapat di hitung dengan geometri Euclidean.
4. Menentukan posisi koordinat *tangent entry* $T_{en}(x_{Ten}, y_{Ten})$ dan *tangent exit* $T_{ex}(x_{Tex}, y_{Tex})$. *tangent exit* adalah titik keluar dari lintasan bujur lingkaran dan awal dari lintasan garis. Sedangkan *tangent entry* adalah titik dari akhir lintasan garis dan awal dari busur lingkaran kedua yang akan dibentuk. Sebelum menentukan koordinat perlu dilakukan perhitungan sudut *entry* ϕ_{en} dan sudut *exit* ϕ_{ex} .
5. Dari di atas dapat dihitung panjang lintasan Dubins sebagai berikut :

$$\begin{aligned} L_{Dubins} &= L_{arc,start} + L_{garisinggung} + L_{arc,finish} \\ L_{Dubins} &= f(r_s, r_f) \end{aligned}$$

Eksistensi lintasan Dubins bergantung pada sebuah fungsi dari jari-jari sebagai berikut [7]:

$$\begin{aligned} \text{Garis singgung luar} &: (c + r_s) > r_f, r_f > r_s \\ \text{Garis singgung dalam} &: c > (r_s + r_f), r_f > r_s \end{aligned}$$

hal ini disebabkan karena lintasan dubins sangat bergantung pada garis singgung luar dan garis singgung dalam.

3.1.1. *Flyable Paths* dan *Feasible Paths*

Flyable Paths adalah suatu lintasan dimana lintasan tersebut berada di dalam atau tidak melebihi batas maksimum kurvatur. Sebagai sebuah kurva yang proporsional, sangat penting untuk sebuah lintasan bertemu dengan batas maksimum kurva dari lintasan PUNA. Sehingga di setiap titik dari lintasan tidak akan lebih besar dari pada batas maksimum kurva yang diinginkan. Hal ini bisa ditulis sebagai berikut :

$$|\mathcal{K}_i| < \mathcal{K}_{max} \quad (4)$$

Dengan keterangan \mathcal{K}_i adalah kurva pada lintasan ke- i dan \mathcal{K}_{max} adalah batas maksimum kurva pada lintasan.

Feasible Paths adalah suatu lintasan yang *flyable* dan juga aman. Sehingga memungkinkan bahwa lintasan tersebut dapat dilalui oleh PUNA. Suatu lintasan dikatakan layak bila tidak ada persimpangan dengan panjang yang sama dan memenuhi batas minimum kurvatur

4. Kendali Optimal

Penyelesaian masalah kendali optimal yang telah dijelaskan pada subbab sebelumnya diselesaikan dengan prinsip Pontryagin yang menggunakan persamaan Hamiltonian. Persamaan Hamiltonian untuk masalah kendali optimal dengan menggunakan persamaan kinematik (1) dengan fungsi tujuannya yaitu

1. Membentuk persamaan Hamiltonian
Persamaan (1) dan (3) dibawa kedalam bentuk hamiltonian menjadi

$$\mathcal{H}(x(t), u(t), \lambda(t), t) = 1 + \lambda_1(v_a \sin \chi) + \lambda_2(v_a \cos \chi) + \lambda_3 u$$

2. Meminimumkan \mathcal{H} terhadap semua vektor kendali
Persamaan Hamiltonian yang didapat kemudian diturunkan u

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial u} &= 0 \\ \lambda_3 &= 0 \end{aligned} \quad (5)$$

Dengan kata lain kendalinya linear, maka untuk mendapatkan kendalinya akan digunakan fungsi *Switching*. Kemudian mendapatkan fungsi Pontryaginnya

$$\begin{aligned} \mathcal{H}(x^*(t), u^*(t), \lambda^*(t), t) &\leq \mathcal{H}(x^*(t), u(t), \lambda^*(t), t) \\ \lambda_3 u^* &\leq \lambda_3 u, \forall -\dot{\chi}_{\max} \leq u \leq \dot{\chi}_{\max} \end{aligned} \quad (6)$$

dengan $\dot{\chi}_{\max} = \frac{v_a}{r}$

Berdasarkan pada persamaan (6) maka diperoleh 3 kondisi optimal saat PUNA melewati lintasan

$$u^*(t) = \begin{cases} -\dot{\chi}_{\max} & \text{saat } \lambda_3 > 0 \\ 0 & \text{saat } \lambda_3 = 0 \\ \dot{\chi}_{\max} & \text{saat } \lambda_3 < 0 \end{cases}$$

3. Menentukan Persamaan *State* dan *Co-state*

karena Persamaan *State* sama dengan persamaan (1) jadi yang sekarang dihitung adalah persamaan *co-state*

$$\dot{\lambda} = -\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial X} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\lambda_1 v_a \cos \chi + \lambda_2 v_a \sin \chi \end{bmatrix}$$

Setelah diperoleh persamaan *co-state* kemudian diselesaikan dengan mengintegrasikan masing-masing persamaan diperoleh

$$\begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ -\lambda_1 r \cos \chi + \lambda_2 r \sin \chi + c_3 \end{bmatrix} \quad (7)$$

c_1, c_2, c_3 adalah konstanta

Lintasan yang optimal dapat diperoleh dari garis lurus dan arah belok pada busur lingkaran. dengan menggunakan kondisi batas, pada saat tanpa adanya *terminal cost function* $S = 0$, $\frac{\partial S}{\partial t} = 0$, $\frac{\partial S}{\partial x} = 0$, dan koordinat Y_f pada target adalah bebas maka kondisi batas berubah menjadi

$$\begin{aligned} \mathcal{H}^* |_{t_{go}} \delta t_{go} - \lambda^*(t) |_{t_{go}} \delta X_f &= 0 \\ \lambda_2(t_{go}) &= 0 \end{aligned} \quad (8)$$

dari persamaan (7) dan (8) diperoleh

$$\lambda_2 = 0 \quad (9)$$

$$\dot{\lambda}_3 = -\lambda_1 v_a \cos \chi \quad (10)$$

Pada saat lintasan memasuki segmen garis lurus itu artinya $\dot{\lambda}_3 = 0$ maka sudutnya adalah $\frac{\pi}{2}$

4. Fungsi *Switching* Dari persamaan Hamiltonian di atas terlihat bahwa nilai kendali berderajat 1 atau \mathcal{H} linear terhadap u . Untuk menyelesaikan persamaan tersebut (mendapatkan nilai u), maka digunakan *switching condition*(S).

$$\begin{aligned} S &= \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial u} = 0 \\ \lambda_3 &= 0 \end{aligned} \quad (11)$$

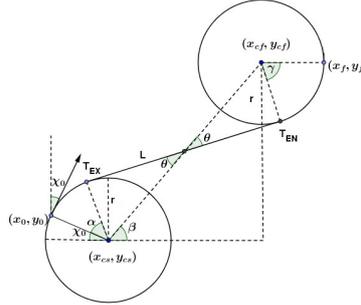
Kendali u belum ditemukan sehingga dicari dengan menurunkan fungsi S terhadap t

$$\dot{\chi} = \frac{-\dot{\lambda}_1 \cot \chi}{\lambda_1} \quad (12)$$

Jadi diperoleh

$$u^*(t) = \begin{cases} -\dot{\chi}_{\text{maks}} & \text{saat } \lambda_3 > 0 \\ 0 & \text{saat } \lambda_3 = 0 \\ \dot{\chi}_{\text{maks}} & \text{saat } \lambda_3 < 0 \end{cases} \quad (13)$$

5. Lintasan Tanpa Halangan



Gambar 3: Lintasan CLC-RSL

Karena ada 4 kemungkinan lintasan maka dihitung masing-masing kemudian membandingkan untuk menemukan lintasan terpendek

1. Lintasan RSL (*Right-Straight-Left*)
 $y_0 - r \sin(\chi_0) - y_f < 0$ maka

$$y_f = y_0 - r \sin(\chi_0) + 2r \quad (14)$$

Jadi panjang lintasan RSL d yang ditempuh PUNA adalah

$$d = L + r\pi + 2r\theta - 2r\beta - \chi_0$$

Agar diperoleh panjang lintasan minimum maka d diturunkan terhadap y_f maka panjang lintasan yang optimal (d_{\min}) (gambar 3) adalah

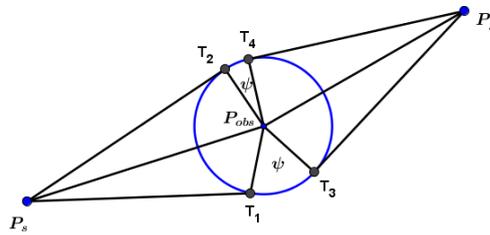
$$d_{\min} = -x_0 - r \sin \chi_0 - r + (\pi - \chi_0) r$$

2. Lintasan RSR (*Right-Straight-Right*) Panjang lintasan total dapat dirumuskan sebagai berikut :

$$d = L = \sqrt{(x_{T_{EN}} - x_{T_{EX}})^2 + (y_{T_{EN}} - y_{T_{EX}})^2} + r * \left(\chi_0 + \frac{\pi}{2} - \phi_{ex} \right) + r * \left(\chi_0 + \frac{\pi}{2} - \phi_{en} \right)$$

3. Lintasan LSL (*Left-Straight-Left*) Perbedaan pada perhitungan lintasan ini terletak pada koordinat pusat lingkaran dan *Tangent exit* dan *Tangent entry*.
4. Lintasan LSR (*Left-Straight-Right*) Perbedaan pada perhitungan lintasan ini terletak pada koordinat pusat lingkaran dan *Tangent exit* dan *Tangent entry*. Analisa konsistensi lintasan diperlukan dalam membuat lintasan tipe LSR.

6. Perencanaan Lintasan Dengan Halangan



Gambar 4: Lintasan *single-obstacle*

Untuk mendapatkan panjang lintasan seperti pada gambar 4 diperlukan beberapa tahap berikut ini

1. Menghitung jarak antara titik start P_s ke titik T_1
maka jarak P_s ke titik T_1 adalah

$$d_{PT_1} = \sqrt{d_{P_s O}^2 - r_{obs}^2}$$

2. Menghitung jarak antara titik akhir P_f ke titik T_3 maka jarak P_s ke titik T_3 adalah

$$d_{PT_3} = \sqrt{d_{P_f O}^2 - r_{obs}^2}$$

3. menentukan koordinat T_1 dan T_2 $\theta_{2,1}$ adalah sudut antara garis yang menghubungkan P_s dan pusat *obstacle* dengan garis yang menghubungkan P_s dan T_1 . Sedangkan $\theta_{2,2}$ adalah sudut antara garis yang menghubungkan P_s dan pusat *obstacle* dengan sumbu -x maka diperoleh

$$T_1 = \begin{bmatrix} \cos \theta_1 & -\sin \theta_1 \\ \sin \theta_1 & \cos \theta_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \times d_{P_s O} + P_s$$

$$T_2 = \begin{bmatrix} \cos \theta_2 & -\sin \theta_2 \\ \sin \theta_2 & \cos \theta_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \times d_{P_s O} + P_s$$

4. Mendapatkan koordinat titik T_3 dan T_4 $\theta_{3,1}$ adalah sudut antara garis yang menghubungkan P_f dan pusat *obstacle* dengan garis yang menghubungkan P_f dan T_3 . Sedangkan $\theta_{3,2}$ adalah sudut antara antara garis yang menghubungkan P_f dan pusat *obstacle* dengan sumbu x maka diperoleh

$$T_3 = \begin{bmatrix} \cos \theta_3 & -\sin \theta_3 \\ \sin \theta_3 & \cos \theta_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \times d_{P_f O} + P_f$$

$$T_4 = \begin{bmatrix} \cos \theta_4 & -\sin \theta_4 \\ \sin \theta_4 & \cos \theta_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \times d_{P_f O} + P_f$$

5. Menghitung panjang busur dari titik T_1 ke titik T_3

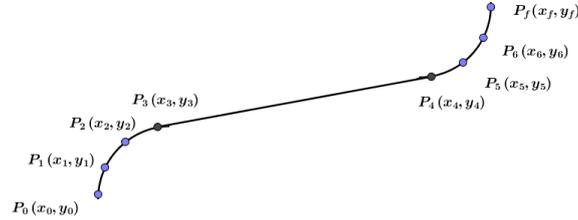
- Panjang tali busur dari titik T_1 ke titik T_3 adalah $u = \sqrt{(x_{T_1} - x_{T_3})^2 + (y_{T_1} - y_{T_3})^2}$
- Besar sudut ψ adalah $\psi = 2 \arcsin \left(\frac{u}{2r_{obs}} \right)$

Panjang busurnya adalah $r \times \psi$

6. Menghitung panjang busur dari titik T_2 ke titik T_4

- Panjang tali busur dari titik T_2 ke titik T_4 adalah $w = \sqrt{(x_{T_2} - x_{T_4})^2 + (y_{T_2} - y_{T_4})^2}$
- Besar sudut ψ adalah $\psi = 2 \arcsin \left(\frac{w}{2r_{obs}} \right)$

Panjang busurnya adalah $r \times \psi$



Gambar 5: ilustrasi lintasan

6.1. Lintasan dibangun oleh model

Berdasarkan pada [5] yaitu untuk menjadi lintasan Bang-Singular-Bang yang optimal, sudut PUNA pada segmen garis lurus harus tegak lurus terhadap garis x_f yang akan diikuti. Dapat diperoleh bahwa sudut pada titik P_4 sampai titik P_5 adalah siku-siku terhadap garis lurus x_f . karena pada busur pertama memiliki 2 kemungkinan arah putar maka rumus umum untuk perubahan sudut terhadap waktu menjadi

$$\chi = \chi_0 + a\omega t$$

kecepatan pada busur pertama diperoleh dengan menggunakan persamaan (1)

$$\begin{aligned}\dot{x}_c &= v_a \sin(\chi_0 + a\omega t) \\ \dot{y}_c &= v_a \cos(\chi_0 + a\omega t) \\ v_c &= \sqrt{\dot{x}_c^2 + \dot{y}_c^2}\end{aligned}$$

persamaan posisi pada busur diperoleh dengan mengintegrasikan (1)

$$\begin{aligned}x_c &= x_0 - r(\cos \chi - \cos \chi_0) \\ y_c &= y_0 + r(\sin \chi - \sin \chi_0)\end{aligned}$$

karena pada busur memiliki 2 kemungkinan arah putar maka rumus umum untuk perubahan posisi terhadap waktu menjadi

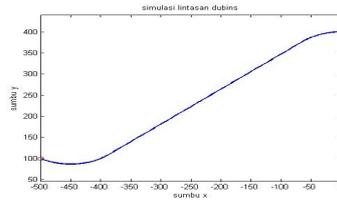
$$x_c = x_0 - ar(\cos \chi - \cos \chi_0) \quad (15)$$

$$y_c = y_0 + ar(\sin \chi - \sin \chi_0) \quad (16)$$

yang perlu diperhatikan dalam menentukan perubahan posisi disini adalah arah putarnya.

7. Simulasi dan Evaluasi

1. Dalam simulasi ini posisi awal dari PUNA yaitu $x = -500, y = 100$, jari-jari pada lingkaran pertama adalah $=1\text{m}$, sedangkan sudut hadap pesawat terhadap sumbu $y(\chi_0)$ adalah $11\pi/12$ dan posisi akhir PUNA adalah $x = 0$, jari-jari pada lingkaran akhir adalah $=100\text{m}$, sedangkan sudut hadap pesawat terhadap sumbu $y(\chi_f)$ adalah 0 . Kecepatan udara 20 m/s . Untuk mendapatkan posisi akhir (y_f), maka digunakan persamaan (14) sehingga diperoleh $y = 126,7949$

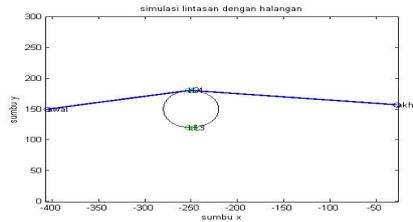


Gambar 6: Lintasan LSR

Hasil yang diperoleh pada simulasi ini adalah sebagai berikut panjang lintasan RSR = $1196,2\text{ m}$, panjang lintasan RSL = $1821,2\text{ m}$, panjang lintasan LSR = $609,6035\text{ m}$, dan panjang lintasan LSL = $1229,1\text{ m}$. Jadi lintasan terpendeknya adalah lintasan RSR dengan panjang $609,6035\text{ m}$.

2. Pada simulasi ini koordinat posisi awal diambil dari koordinat *tangent entry* dan *tangent exit* dari lintasan tipe RSL. Posisi awal dari PUNA yaitu $x = -407,7151, y = 149,8384$, jari-jari pada lingkaran pertama adalah $=100\text{ m}$, sedangkan sudut hadap pesawat terhadap sumbu $y(\chi_0)$ adalah $\pi/3$ dan posisi akhir PUNA adalah $x = -5,6824, y = 126,9565$, jari-jari pada lingkaran akhir adalah $=100\text{m}$, sedangkan sudut hadap pesawat terhadap sumbu $y(\chi_f)$ adalah 0 . Kecepatan udara 20 m/s . Posisi halangan $x = -250, y = 150$, jari-jari halangan adalah 30m .

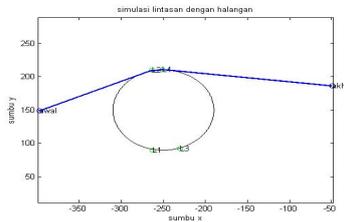
Hasil dari yang diperoleh adalah panjang garis yang menghubungkan titik awal dengan titik L_1 adalah $149,2768\text{ m}$ dan panjang garis yang menghubungkan titik awal dengan titik L_2 adalah $149,2768\text{ m}$, panjang busur pertama yaitu garis yang melewati L_1 dan L_3 adalah $5,9583\text{ m}$ dan panjang garis busur yang kedua yaitu yang melewati L_1 dan L_4 adalah $4,2078\text{ m}$. Panjang garis yang menghubungkan L_3 dengan titik akhir adalah $222,5442\text{ m}$ dan panjang garis yang menghubungkan L_4 dengan titik akhir adalah $222,5442$



Gambar 7: Lintasan dengan Halangan tipe SRS

m. Jadi dengan data tersebut maka jalur lintasan yang dipilih adalah titik start $\rightarrow L_2 \rightarrow L_4 \rightarrow$ titik akhir.

3. Pada simulasi ini koordinat posisi awal diambil dari koordinat *tangent entry* dan *tangent exit* dari lintasan tipe RSL. Posisi awal dari PUNA yaitu $x = -407,7151, y = 149,8384$,jari-jari pada lingkaran pertama adalah =100 m, sedangkan sudut hadap pesawat terhadap sumbu $y(\chi_0)$ adalah $\pi/3$ dan posisi akhir PUNA adalah $x = -5,6824, y = 126,9565$, jari-jari pada lingkaran akhir adalah =100m, sedangkan sudut hadap pesawat terhadap sumbu $y(\chi_f)$ adalah 0. Kecepatan udara 20 m/s. Posisi halangan $x = -250, y = 150$, jari-jari halangan adalah 60m.



Gambar 8: Lintasan dengan Halangan tipe SRS

Hasil dari yang diperoleh adalah panjang garis yang menghubungkan titik awal dengan titik L_1 adalah 204,5137 m dan panjang garis yang menghubungkan titik awal dengan titik L_2 adalah 204,5137 m, panjang busur pertama yaitu garis yang melewati L_1 dan L_3 adalah 32,8660 m dan panjang gaaris busur yang kedua yaitu yang melewati L_1 dan L_4 adalah 0,9333 m. Panjang garis yang menghubungkan L_3 dengan titik akhir adalah 233,6532 m dan panjang garis yang menghubungkan L_4 dengan titik akhir adalah

233,6532 m. Jadi dengan data tersebut maka jalur lintasan yang dipilih adalah titik start $\rightarrow L_2 \rightarrow L_4 \rightarrow$ titik akhir.

8. Kesimpulan

- Kendali optimal pada PUNA dengan tujuan meminimumkan waktu tempuh lintasan didapat dengan menggunakan prosedur prinsip Pontryagin. Langkah awal untuk mendapatkan kendali optimal adalah dengan membentuk fungsi Hamiltonian. Dengan menggunakan Fungsi Hamiltonian maka diperoleh kendali optimal yaitu

$$u^*(t) = \begin{cases} -\dot{\chi}_{\text{maks}} & \text{saat } \lambda_3 > 0 \\ 0 & \text{saat } \lambda_3 = 0 \\ \dot{\chi}_{\text{maks}} & \text{saat } \lambda_3 < 0 \end{cases}$$

- Metode Dubins untuk masalah perencanaan lintasan dilakukan secara geometri. Untuk menentukan lintasan terbaik dilakukan dengan cara membandingkan tiap-tiap lintasan yang terbentur. Pembahasan ini pada dua masalah yaitu pada lintasan tanpa halangan dan lintasan dengan halangan
 - a. Untuk lintasan tanpa halangan terdapat 4 tipe lintasan yang *feasible* yaitu RSR, RSL, LSR, LSL. Untuk mendapatkan lintasan terpendek dilakukan dengan membandingkan panjang lintasan yang memenuhi syarat *feasible*. Pada dasarnya lintasan Dubins bergantung pada sudut awal, sudut akhir dan jari-jari lingkaran.
 - b. Untuk lintasan dengan halangan terbagi menjadi dua pilihan lintasan yaitu SRS dan SLS. Pada masalah ini diasumsikan bahwa PUNA sudah terbang dan posisi awal yang digunakan adalah koordinat *tangent exit* dan posisi akhirnya adalah *tangent entry* sehingga untuk mendapatkan panjang lintasan optimalnya dengan:

$$d_{opt} = L_{arc1} + L_{opt_{obs}} + L_{arc2}$$

Variabel-variabel yang terapat pada persamaan diatas adalah

Pustaka

- [1] CHITSAZ, H. DAN LEVALLE, M *Time-optimal Paths for a Dubins airplane*, Cambridge University.2006.
- [2] DEWI, N.K.DAN SUBCHAN,S,, *Perencanaan Lintasan Menggunakan Geometri Dubins pada Pesawat Udara Nir Awak(PUNA)* , TA ITS, Surabaya.2010.
- [3] FAHIMI,F. *Autonomous Robots : Modeling, Path Planning, and Control*,Mechanical Engineering Department University of Alberta. Canada.2008.
- [4] HOTA,S, DAN GHOSE, D. , *A Modified Dubins Method for Optimal Path Planning of a Miniature Air Vehicle Converging to a Straight Line Path*,American Control Conference, USA.2009.
- [5] HOTA,S, DAN GHOSE, D. *Time-Optimal Convergence to a Rectilinear Path in the Presence of Wind*,J Intell Robot Syst,Springer Science+Business Media Dordrecht, USA.2013.
- [6] NAIDU, S.D. , *Optimal Control System*, CRC Press, USA.2002.
- [7] SHANMUGAVEL,M.,*Path planning of multiple autonomous vehicles*,United Kingdom: Thesis of Department of aerospace,power, and sensor. Cranfield University.2007.
- [8] SHKEL, A.M. DAN LUMELSKY, V, *Classification of the Dubins set* , University of California, USA.2001.
- [9] SUBCHAN, S., WHITE, B.A. DAN TSOURDOS, A. , *Dubins path planning of multiple UAVs for tracking contaminant could*,, Cranfield University, United Kingdom.2008.